№2. Вычислите.

1)
а) $2\sin 15° \cos 15°$; в) $\cos^2 15° - \sin^2 15°$;

б) $(\cos 75° - \sin 75°)^2$; г) $(\cos 15° + \sin 15°)^2$.

2)
а) $2\sin\dfrac{\pi}{8}\cos\dfrac{\pi}{8}$; в) $\cos^2\dfrac{\pi}{8} - \sin^2\dfrac{\pi}{8}$;

б) $\sin\dfrac{\pi}{8}\cos\dfrac{\pi}{8} + \dfrac{1}{4}$; г) $\dfrac{\sqrt{2}}{2} - \left(\cos\dfrac{\pi}{8} + \sin\dfrac{\pi}{8}\right)^2$.

3)
а) $\dfrac{2\,\mathrm{tg}\,15°}{1 - \mathrm{tg}^2 15°}$; в) $\dfrac{\mathrm{tg}\,75°}{1 - \mathrm{tg}^2 75°}$;

б) $\dfrac{\mathrm{tg}\,\dfrac{\pi}{8}}{1 - \mathrm{tg}^2\dfrac{\pi}{8}}$; г) $\dfrac{2\,\mathrm{tg}\,\dfrac{\pi}{6}}{\mathrm{tg}^2\dfrac{\pi}{6} - 1}$.

4)
а) $\sin 11°15' \cdot \cos 11°15' \cdot \cos 22°30' \cos 45°$;

б) $\sin\dfrac{\pi}{48}\cos\dfrac{\pi}{48}\cos\dfrac{\pi}{24}\cos\dfrac{\pi}{12}$.

5)
а) $\dfrac{1 + \cos 40° + \cos 80°}{\sin 80° + \sin 40°} \cdot \mathrm{tg}\,40°$;

б) $\dfrac{1 - \cos 25° + \cos 50°}{\sin 50° - \sin 25°} - \mathrm{tg}\,65°$.

6)
а) $\cos\dfrac{\pi}{33}\cos\dfrac{2\pi}{33}\cos\dfrac{4\pi}{33}\cos\dfrac{8\pi}{33}\cos\dfrac{16\pi}{33}$;

б) $\cos\dfrac{\pi}{7}\cos\dfrac{4\pi}{7}\cos\dfrac{5\pi}{7}$.

№3. Докажите тождество:

1)
а) $\dfrac{\sin 2t}{\cos t} - \sin t$; в) $\cos^2 t - \cos 2t$;

б) $\dfrac{\sin 6t}{\cos^2 3t}$; г) $\dfrac{\cos 2t}{\cos t - \sin t} - \sin t$.

2)
а) $\dfrac{\sin 40°}{\sin 20°}$; в) $\dfrac{\sin 100°}{2\cos 50°}$;

б) $\dfrac{\cos 80°}{\cos 40° + \sin 40°}$; г) $\dfrac{\cos 36° + \sin^2 18°}{\cos 18°}$.

3)
а) $\dfrac{\sin t}{2\cos^2 \dfrac{t}{2}}$; в) $\dfrac{\sin 4t}{\cos 2t}$;

б) $\dfrac{\cos t}{\cos \dfrac{t}{2} + \sin \dfrac{t}{2}}$; г) $\dfrac{\cos 2t - \sin 2t}{\cos 4t}$.

4)
а) $\dfrac{\sin 2t - 2\sin t}{\cos t - 1}$; в) $\sin 2t\,\mathrm{ctg}\,t - 1$;

б) $\dfrac{\cos 2t - \cos^2 t}{1 - \cos^2 t}$; г) $(\mathrm{tg}\,t + \mathrm{ctg}\,t)\sin 2t$.

5)
а) $\dfrac{2}{\mathrm{tg}\,t + \mathrm{ctg}\,t}$; б) $\dfrac{2}{\mathrm{tg}\,t - \mathrm{ctg}\,t}$.

в) а) $(1 - \mathrm{tg}^2 t)\cos^2 t$; г) $2\cos^2 \dfrac{\pi + t}{4} - 2\sin^2 \dfrac{\pi + t}{4}$.

а) $\dfrac{\left(\ \right)}{\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-t\right)-\sin^2 t}=-2\operatorname{ctg} t;$

а) $\dfrac{\cos 2t}{\sin t\cos t+\sin^2 t}=\operatorname{ctg}(\pi+t)-1;$

б) $(\operatorname{ctg} t-\operatorname{tg} t)\sin 2t=2\cos 2t.$

9)

а) $\dfrac{1-\cos 2t+\sin 2t}{1+\cos 2t+\sin 2t}\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2}-t\right)=1.$

в) $\sin x\cos 2x=\dfrac{\sin 4x}{4\cos x};$

а) $\cos x\cos 2x=\dfrac{\sin 4x}{4\sin x};$

г) $\sin x\cos 2x\cos 4x=\dfrac{\sin 8x}{8\cos x}.$

б) $\cos x\cos 2x\cos 4x=\dfrac{\sin 8x}{8\sin x};$

№4.

1)

Известно, что $\sin t=\dfrac{5}{13}$, $\dfrac{\pi}{2}<t<\pi$. Найдите:

а) $\sin 2t;$ в) $\operatorname{tg} 2t;$

б) $\cos 2t;$ г) $\operatorname{ctg} 2t.$

2)

Известно, что $\operatorname{tg} x=\dfrac{3}{4}$, $\pi<x<\dfrac{3\pi}{2}$. Найдите:

а) $\sin 2x;$ б) $\cos 2x;$ в) $\operatorname{tg} 2x;$ г) $\operatorname{ctg} 2x.$

3)

Известно, что $\operatorname{ctg} x=-\dfrac{4}{3}$, $\dfrac{3\pi}{2}<x<2\pi$. Найдите:

а) $\sin 2x;$ б) $\cos 2x;$ в) $\operatorname{tg} 2x;$ г) $\operatorname{ctg} 2x.$

4)

а) Известно, что $\sin 2\alpha=\dfrac{1}{3}$. Вычислите $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha;$

б) Известно, что $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha=\dfrac{49}{50}$ и $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$. Вычислите $\sin 2\alpha.$

а) $\sin\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2}=\dfrac{1}{2}\sin x;$ в) $\sin 2x\cos 2x=\dfrac{1}{2}\sin 4x;$

б) $\cos^2\dfrac{x}{4}-\sin^2\dfrac{x}{4}=\cos\dfrac{x}{2};$ г) $\cos^2\dfrac{x}{2}-\sin^2\dfrac{x}{2}=\cos x.$

2)

а) $\cos(2\alpha+2\beta)=\cos^2(\alpha+\beta)-\sin^2(\alpha+\beta);$

б) $\sin(2\alpha+2\beta)=2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta).$

3)

а) $\operatorname{tg}(2\alpha+2\beta)=\dfrac{2\operatorname{tg}(\alpha+\beta)}{1-\operatorname{tg}^2(\alpha+\beta)};$

б) $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=\dfrac{2\operatorname{tg}\left(\dfrac{\alpha}{2}+\dfrac{\beta}{2}\right)}{1-\operatorname{tg}^2\left(\dfrac{\alpha}{2}+\dfrac{\beta}{2}\right)}.$

4)

а) $(\sin t-\cos t)^2=1-\sin 2t;$ в) $(\sin t+\cos t)^2=1+\sin 2t;$

б) $2\cos^2 t=1+\cos 2t;$ г) $2\sin^2 t=1-\cos 2t.$

5)

а) $\cos^4 t-\sin^4 t=\cos 2t;$ б) $\cos^4 t+\sin^4 t=1-\dfrac{1}{2}\sin^2 2t.$

6)

а) $\operatorname{ctg} t-\sin 2t=\operatorname{ctg} t\cos 2t;$ б) $\sin 2t-\operatorname{tg} t=\cos 2t\operatorname{tg} t.$

7)

8)