

816 С помощью формул сложения преобразуйте выражение:

а) $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \varphi\right)$; в) $\sin\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right)$;

б) $\cos\left(\frac{\pi}{4} + \varphi\right)$; г) $\sin\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right)$.

817 Используя формулы сложения, проверьте, что:

а) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$; в) $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$.

б) $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$; г) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$.

818 Используя формулы сложения, преобразуйте выражение:

а) $\sin(60^\circ - \beta)$; б) $\cos(\beta - 30^\circ)$.

819 Представив 105° как сумму $60^\circ + 45^\circ$, вычислите:

а) $\sin 105^\circ$; б) $\cos 105^\circ$.

820 Представив 75° как сумму $30^\circ + 45^\circ$, вычислите:

а) $\sin 75^\circ$; б) $\cos 75^\circ$.

821 Упростите выражение:

а) $\sin(\alpha + \beta) - \sin \alpha \cos \beta$; в) $\sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \frac{1}{2} \cos \alpha$;

б) $\sin \alpha \sin \beta + \cos(\alpha + \beta)$; г) $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$.

822 Упростите выражение:

а) $\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \cos \alpha$; в) $2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) - \sqrt{3} \sin \alpha$;

б) $\sqrt{2} \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) - \sin \alpha$; г) $\sqrt{3} \cos \alpha - 2 \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$.

823 Упростите:

а) $\cos(\alpha - \beta) - \cos \alpha \cos \beta$; в) $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \frac{1}{2} \sin \alpha$;

б) $\sin \alpha \cos \beta - \sin(\alpha - \beta)$; г) $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha$.

824 Докажите тождество:

а) $\cos(\alpha - \beta) + \sin(-\alpha) \sin \beta = \cos \alpha \cos \beta$;

б) $\sin(\alpha + \beta) + \sin(-\alpha) \cos(-\beta) = \cos \alpha \sin \beta$.

825 Докажите тождество:

а) $\sin(\alpha - \beta) - \cos \alpha \sin(-\beta) = \sin \alpha \cos \beta$;

б) $\cos(\alpha + \beta) + \sin(-\alpha) \sin(-\beta) = \cos \alpha \cos \beta$.

826 Упростите выражение:

а) $\cos 2\beta \cos \beta + \sin 2\beta \sin \beta$;

б) $\sin 3\gamma \cos \gamma - \cos 3\gamma \sin \gamma$.

827 Найдите значение выражения:

а) $\cos 107^\circ \cos 17^\circ + \sin 107^\circ \sin 17^\circ$;

б) $\cos 36^\circ \cos 24^\circ - \sin 36^\circ \sin 24^\circ$;

в) $\sin 63^\circ \cos 27^\circ + \cos 63^\circ \sin 27^\circ$;

г) $\sin 51^\circ \cos 21^\circ - \cos 51^\circ \sin 21^\circ$.

828 Вычислите:

а) $\cos 18^\circ \cos 63^\circ + \sin 18^\circ \sin 63^\circ$;

б) $\cos 32^\circ \cos 58^\circ - \sin 32^\circ \sin 58^\circ$.

829 Упростите выражение:

а) $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$;

б) $\cos\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right) \sin\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right)$.

830 Докажите, что:

а) $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$;

б) $\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) = 2 \sin \alpha \sin \beta$;

в) $\cos(60^\circ - \alpha) - \cos(60^\circ + \alpha) = \sqrt{3} \sin \alpha$;

г) $\sin(30^\circ - \alpha) + \sin(30^\circ + \alpha) = \cos \alpha$.

831 Упростите выражение:

а) $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)$; б) $\cos(30^\circ + \alpha) - \cos(30^\circ - \alpha)$.

832 Докажите тождество:

а) $\sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$;

б) $\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta$.

833 Упростите:

а) $\frac{\sin(\alpha + \beta) - \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta) + \cos \alpha \sin \beta}$;

б) $\frac{\sin(\alpha - \beta) + 2 \cos \alpha \sin \beta}{2 \cos \alpha \cos \beta - \cos(\alpha - \beta)}$.

834 Упростите:

а) $\frac{\cos(\alpha + \beta) + \sin \alpha \sin \beta}{\cos(\alpha - \beta) - \sin \alpha \sin \beta}$;

б) $\frac{\cos(\alpha - \beta) + 2 \sin \alpha \sin \beta}{2 \sin \alpha \cos \beta - \sin(\alpha - \beta)}$.

835 Зная, что $\sin \alpha = \frac{8}{17}$, $\cos \beta = \frac{4}{5}$, α и β — углы I четверти, найдите значение выражения:

а) $\sin(\alpha + \beta)$; б) $\cos(\alpha + \beta)$; в) $\cos(\alpha - \beta)$.

836 Найдите $\sin(\alpha + \beta)$, если $\sin \alpha = \frac{9}{41}$, $\sin \beta = -\frac{40}{41}$, α — угол II четверти, а β — угол IV четверти.

837 Известно, что α и β — углы II четверти и $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos \beta = -\frac{15}{17}$. Найдите:

а) $\sin(\alpha + \beta)$; б) $\sin(\alpha - \beta)$; в) $\cos(\alpha - \beta)$; г) $\cos(\alpha + \beta)$.

838 Докажите, что если α , β и γ — углы треугольника, то $\sin \gamma = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$.

839 Синусы двух острых углов треугольника равны $\frac{4}{5}$ и $\frac{5}{13}$. Найдите косинус третьего угла треугольника.